

Н.М. Притула

канд. техн. наук

О.Д. Гринів

ТОВ «Математичний центр»

Центр математичного

моделювання ІППММ

ім. Я.С. Підстригача НАН України

Р.Л. Вечерік**Р.В. Бойко**

канд. техн. наук

ПАТ «Укртрансгаз»

Заміщення буферного газу азотом у пластах газосховища (моделі, методи, числові експерименти)

УДК 621.64.029

У роботі приведено характеристику об'єкта дослідження – пласта-колектора підземного сховища газу. порушено проблему заміщення буферного газу азотом і наведено постановки задач для можливих варіантів її розв'язання. Запропоновано математичну модель процесу заміщення буферного газу азотом, яка включає модель фільтрації та модель конвекції-дифузії газів із зосередженими джерелами. Для випадку незмішування газів розроблено алгоритм знаходження контура поширення азоту. Проведено числові експерименти.

В работе приведены характеристики объекта исследования – пласта-коллектора подземного хранилища газа. Поднимается проблема замещения буферного газа азотом и приведены постановки задач для возможных вариантов ее решения. Предложена математическая модель процесса замещения буферного газа азотом, которая включает модель фильтрации и модель конвекции-диффузии газов со сосредоточенными источниками. Для случая не смешиваемости газов разработан алгоритм нахождения контура распространения азота. Проведены числовые эксперименты.

The paper gives description of the object of study – reservoir of the underground gas storage facility. A problem of replacement of buffer gas by nitrogen is raised and the problem formulations for its candidate solution are shown. A mathematical model of replacing buffer gas with nitrogen is proposed, which includes filtering model and convection model – diffusion of gases with concentrated sources. For the cases of unmixing gases the algorithm was developed for finding the propagation path of nitrogen. Numerical experiments were carried out.

Пласти газосховищ являють собою пористі середовища різної проникності. Фільтрація двокомпонентного газу в них супроводжується процесами конвекції та дифузії. Математична модель фільтрації газу в неоднорідних пластах є досить складною. Це пов'язано, зокрема, з істотною неоднорідністю пластів. Іншим чинником є те, що процеси дифузії та конвекції створюють потоки різної інтенсивності: конвективні процеси в пористому середовищі є звичайні на порядок інтенсивнішими, ніж дифузійні. Унаслідок цього математичні моделі фільтраційних процесів у пластах газосховищ містять нестационарні нелінійні диференціальні рівняння у частинних похідних зі швидкозмінними та розривними коефіцієнтами. Більшість режимних задач, які можна формулювати в рамках таких моделей, неможливо розв'язати аналітично, тому для їх розв'язування доводиться застосовувати числові методи.

Вміст будь-якого газосховища можна умовно поділити на дві частини – буферний і товарний газ. На відміну від товарного, буферний газ звичайно не виходить за межі сховища. У заповненому газосховищі буферний газ здебільшого перебуває у колекторі – частинах пласта з низькою проникністю. Істотне зростання цін на природ-

ний газ актуалізує проблему розроблення економічно доцільної технології заміни деякої частини буферного газу на дешевший газ за умов збереження існуючих режимів відбирання / нагнітання товарного газу та екологічної безпеки.

Розроблення такої технології для кожного конкретного газосховища передбачає проведення числових, а відтак і натурних експериментів. Для проведення числових експериментів необхідні математичні моделі, які описують фізичні процеси, що супроводжують заміщення природного буферного газу іншим газом чи рідиною. У рамках таких моделей можна оцінювати вплив різних фізичних процесів на процес заміщення буферного газу, проводити прогностичні розрахунки на значних інтервалах часу та відпрацювати технології заміщення, які б забезпечили контрольований вплив заміщення природного газу на існуючі режими відбирання/нагнітання газу в сховищі, а також відпрацювати різні варіанти заміщення. Усі можливі варіанти заміщення, розроблені на основі моделювання й експертних оцінок, можна класифікувати за економічними та режимними критеріями, ступенем надійності, обґрунтованістю тощо.

Однією із основних проблем, якою не можна нехтувати під час моделювання заміщення природного газу азотом, є кількісна оцінка їх змішування із урахуванням впливу змін напрямків руху товарного газу (режими відбирання та нагнітання) та швидкості фільтрації, а також взаємної дифузії товарного і буферного газів. За високої інтенсивності змішування якості товарного газу знижується, тому заміщення буферного газу товарним може виявитися економічно невиправданим. Процес змішування буферного і товарного газів у неоднорідних пластах істотно залежатиме від інтенсивності нагнітання буферного газу, перетоків між різнорідними пластами газосховища, які залежать від режимів роботи сховища.

Побудова математичної моделі для опису фізичних процесів, які супроводжують заміщення частини буферного газу азотом, та відпрацювання різних варіантів заміщення, економічно вигідних об'ємів і темпів заміщення потребує вирішення ряду завдань, зокрема:

проведення порівняльного аналізу газодинамічних характеристик азоту та природного газу;

дослідження фільтраційних, дифузійних властивостей та розчинності азоту в природному газі за реальних умов їх взаємодії між собою та з водою;

дослідження динамічних параметрів взаємодії газу з поровим простором пласта (вивчення чинників впливу на динаміку взаємодії);

дослідження процесів змішування природного газу і азоту під час їх сумісної фільтрації;

проведення аналізу процесів взаємної дифузії азоту, природного газу і води;

дослідження процесів горіння природного газу з різною концентрацією азоту та впливу концентрації азоту в природному газі на теплотворну здатність суміші;

моделювання процесу відбирання/нагнітання природного газу з одночасним закачуванням азоту;

планування режимів роботи ПСГ із частковим заміщенням буферного газу азотом й отримання оцінки його ефективності для конкретних пластів-колекторів.

Вирішення цих завдань можливе в рамках адекватних математичних моделей, які описують заміщення буферного газу з урахуванням об'ємів та темпів витіснення буферного газу дешевим замісником. Також для розв'язування нелінійних динамічних задач, сформульованих у рамках таких моделей, необхідно застосувати ефективні числові методи.

Проблемі моделювання процесів фільтрації газу в підземних сховищах присвячено роботи [1–7]. Проте задачі фільтрації, які виникають під час дослідження заміщення буферного газу азотом у конкретних газосховищах, на сьогодні ще недостатньо вивчені.

Метою цієї роботи є побудова математичної моделі двокомпонентної ізотермічної фільтрації газової суміші у пластах, різнорідних за проникністю, пористістю та потужністю, формулювання в рамках моделі задач заміщення буферного газу азотом, розроблення числових методів їх розв'язування та кількісне дослідження процесів фільтрації.

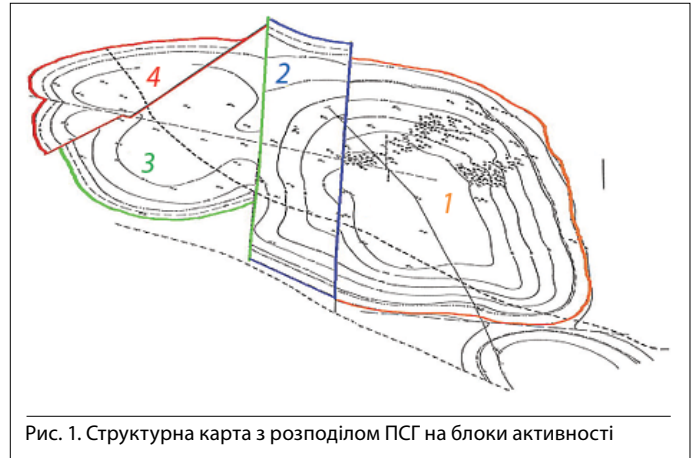


Рис. 1. Структурна карта з розподілом ПСГ на блоки активності

Фізичний об'єкт дослідження – пласт-колектор

За даними досліджень, проведених у процесі експлуатації Дашавського підземного сховища газу (ПСГ), газонасичену зону сховища і накопичені в ній об'єми газу можна розділити на чотири блоки (рис. 1), розмежовані областями низької проникності. Перший блок містить основні робочі поклади Г і Е, які безпосередньо працюють у режимі нагнітання та відбирання газу. У процесі циклічної експлуатації відбувається відтік газу з цих покладів у поклад Д-Д₁ та наступний і у зворотному напрямку.

Другий блок є перехідним від активної зони першого блока до застійних зон. До нього належить поклад Д-Д₁.

Третій блок розташований на південь від тектонічного порушення. Четвертому блоку відповідає розміщення покладу Ж+В. Для нього можливе незначне надходження газу з другого блока покладу Д-Д₁.

На цей час взаємодія між покладами набула стабілізації, що зумовлює стабільну роботу сховища в цілому. Газові поклади Г, Е, Д і Ж+В у сукупності утворюють єдину газогідродинамічну систему і працюють як один об'єкт газосховища.

Параметри об'єкта дослідження

Загальний поровий об'єм ПСГ сягає 117,4 млн м³, у тому числі покладів Е+Г+Д – 108,5 млн м³, покладів Ж+В – 8,9 млн м³. Загальна площа покладів ПСГ (Е+Г+Д) становить 62 790 тис. м², у тому числі першого блока – 19 350 тис. м² (30,8 %), другого – 23 600 тис. м² (37,6 %), третього та четвертого – 19 840 тис. м² (31,6 %).

Аналізуючи розподіл газу по блоках на кінець сезонів відбирання (станом на 01.04.2002 р.) та нагнітання (станом на 01.10.2002 р.), доходимо висновку, що третій і четвертий блоки є «застійними» зонами із запасами газу приблизно 460 млн м³, які практично не змінюються упродовж циклу. У другому блоці «застійна» зона утримує близько 1500–1600 млн м³ природного газу. На цій підставі можна зробити висновок, що в застійних зонах нагромаджено приблизно 1,9 млрд м³ природного газу, який, вочевидь, можна замінити азотом.

Математична модель процесів фільтрація-дифузія

Фільтрація азоту в пористе середовище, заповнене природним газом, спричиняють взаємна дифузія та конвекція газів. Унаслідок цього на межі середовищ виникає

зона змішування газів, що близькі за в'язкістю. Конвективна дифузія залежить від структури порових каналів. На величину коефіцієнта конвективної дифузії впливає розкид розмірів пор. За малих швидкостей здійснення процесу витіснення природного газу азотом визначальною є молекулярна дифузія. За швидкостей руху газу порядку 3–4 м/с коефіцієнти молекулярної дифузії та конвективної фільтрації – одного порядку. За великих швидкостей фільтрації газу коефіцієнт конвективної дифузії на 1–2 порядки перевищує коефіцієнт молекулярної дифузії. Зі збільшенням ступеня турбулентності газу величина молекулярної дифузії зменшується практично до нуля.

Формулюючи математичну модель заміщення буферного природного газу азотом, виходитимемо із того, що за газодинамічними характеристиками природний газ і азот відрізняються незначно. Тому слід очікувати, що їх проникність у пористих середовищах відрізнятиметься також незначно. Це дає можливість об'єднати задачі фільтрації двох газів в одну фільтраційну задачу. Такі припущення не повинні суттєво впливати на результати моделювання, позаяк невизначеності щодо основних фізичних і геометричних параметрів пласта є більш істотними.

За такого припущення у випадку, коли природний газ і замітник не змішуються, задача зводиться до знаходження межі розподілу газів у кожен момент часу процесу заміщення. В іншому випадку потрібно встановити концентрацію азоту (або природного газу) в суміші газів, яка утворюється в процесі заміщення, як функцію просторових координат і часу.

Об'єми газу-замінника в пласті розраховуватимемо за рівнянням стану азоту. Коефіцієнт стисливості азоту за реальних пластових умов буде близький до 0,97.

Математична модель фільтрації газу. Пласт газосховища являє собою геологічне утворення, яке займає деяку тривимірну область $\Omega \subset R^3$ і характеризується певною товщиною та розмірами в плані. Для опису руху газів в пласті введемо декартову систему координат $\{x, y, z\}$ із віссю Oz , спрямованою вертикально (протилежно до сил тяжіння). Товщина $h(x, y)$ пласта є значно меншою від інших його геометричних розмірів. Тому вертикальні перепади значень газодинамічних параметрів незначні, а отже, їх залежністю від товщинної координати можна знехтувати і розглядати пласт як двовимірну область $\Omega \subset R^2$, обмежену контуром Γ . Області вибою свердловин $\Omega_i \subset R^2$, $i = 1, \dots, n$, розміри яких малі порівняно із розмірами області $\Omega \subset R^2$, не включатимемо в область Ω . Тоді контур Γ , який визначає межу пласта, складається із контурів Γ_i , які обмежують області вибою Ω_i , та контура Γ_z , що визначає зовнішню межу пласта: $\Gamma = \Gamma_w \cup \Gamma_z$, де $\Gamma_w = \bigcup_{i=1}^n \Gamma_i$.

Розподіл тиску $p(x, y, t)$ газу в процесі його фільтрації в пористому пласті визначає рівняння [3]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{kh}{\mu z_s} \frac{\partial p^2}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{kh}{\mu z_s} \frac{\partial p^2}{\partial y} \right] = 2\alpha m h \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{p}{z_s} \right] + 2q(t) h p_0 \quad (1)$$

де $k = k(x, y, p)$ та $m = m(x, y)$ – коефіцієнти проникності, пористості, $q(t)$ – функція джерел; z_s – коефіцієнт стисливості; μ – коефіцієнт динамічної в'язкості; p_0 – атмосферний тиск.

Оскільки значення пластових тисків p_i у вибоях робочих та спостережних свердловин є відомі, то тиски в областях Ω_i вважаємо заданими. Тому на частині Γ_w контура Γ розв'язання рівняння (1) потрібно підпорядкувати крайовій умові Діріхле

$$p(x_i, y_i) = p_i, (x, y) \in \Gamma_w \quad (2)$$

Зовнішня межа пласта непроникна для газу, тому на контурі Γ_z діє крайова умова Неймана

$$\frac{\partial p}{\partial x} v_x + \frac{\partial p}{\partial y} v_y = 0, (x, y) \in \Gamma_z \quad (3)$$

де $v_x = \cos(v, x)$, $v_y = \cos(v, y)$ – компоненти вектора зовнішньої нормалі до контура Γ_z .

Математична модель дифузії газу. Розподіл концентрації азоту $C(x, y, t)$ у пористому середовищі, заповненому природним газом, визначає рівняння:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial (v_x C)}{\partial x} - \frac{\partial (v_y C)}{\partial y} + U(x, y, C_0, t), \quad (4)$$

де D – коефіцієнт молекулярної дифузії, v_x , v_y – компоненти вектора швидкості фільтрації (конвективного переносу) газу, $U(x, y, t)$ – відома функція зосереджених джерел азоту.

Коефіцієнт молекулярної дифузії можна визначити за відомою формулою [7]

$$D = \frac{10^{-3} T^{1.75}}{P(v_A^{1/3} + v_G^{1/3})^2} \sqrt{\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_G}}, \quad (5)$$

де T – абсолютна температура, P – тиск газу, v_A , v_G та M_A , M_G – мольні об'єми та мольні маси азоту і природного газу відповідно.

Розв'язок рівняння (4) потрібно підпорядкувати на контурі Γ_z крайовій умові

$$\frac{\partial C}{\partial x} v_x + \frac{\partial C}{\partial y} v_y = 0, (x, y) \in \Gamma_z \quad (6)$$

яка визначає непроникність для азоту межі пласта Γ_z .

Функція джерел U визначає інтенсивність надходження газу-замінника через свердловини, які використовують для нагнітання азоту в пласт. Оскільки області вибою малі порівняно із розмірами пласта, то функцію U розглядаємо як сукупність зосереджених джерел, подаючи її у вигляді

$$U(x_i, y_i, t) = \sum_{i=1}^{N_A} U_{oi} \delta(x - x_i) \delta(y - y_i) [\eta(t - t_{1i}) - \eta(t - t_{2i})].$$

Тут N_A – кількість свердловин, через які у пласт нагнітають азот, U_{oi} – інтенсивність нагнітання азоту через i -ту свердловину ($i \in \{1, 2, \dots, N_A\}$), $\delta(\dots)$ – дельта-функція Дірака, $\eta(\dots)$ – функція Хевісайда, x_i , y_i – координати i -тої свердловини, t_{1i} , t_{2i} – моменти початку та завершення процесу нагнітання газу через i -ту свердловину.

Постановка задач

Задача ідентифікації [4]. Розглядаємо пласт Ω як об'єднання n різних пластів Ω_i : $\Omega = \bigcup_{i=1}^n \Omega_i$, пов'язаних між собою. Множину пластів Ω поділяємо на підмножини робочих $\Omega^W = \{\Omega_1^W, \Omega_2^W, \dots, \Omega_n^W\}$ та буферних

пластів: $\Omega = \Omega^W \cup \Omega^B$, де n^W та n^B – кількість робочих та буферних пластів відповідно.

Вважатимемо, що в будь-якому пласті $\Omega_i (i = 1, \dots, n)$ наявні свердловини, через які можна здійснювати вимірювання пластового тиску. Результати такого вимірювання для k -тої свердловини, що в i -тому пласті можна подати у вигляді часової залежності $p_{ik}(t)$, $t \in T_{ik}$, де T_{ik} – часовий проміжок, упродовж якого проводили вимірювання тиску в k -тій свердловині i -того пласта.

Ці емпіричні дані можна використати сумісно із математичною моделлю (1)–(3) для визначення розподілів тиску в пластах та ідентифікації фільтраційних властивостей пластів. Зокрема, базуючись на даних вимірювання пластового тиску $p_{ik}(t)$, у рамках математичної моделі (1)–(3) можна розглядати такі задачі:

знайти зміну в часі середнього значення пластового тиску $\bar{p}_i(t)$ для кожного пласта $\Omega_i (i = 1, \dots, n)$ і встановити динаміку перетоків газу між пластами та проникність міжпластових зон;

вважаючи потужності h_i та коефіцієнти пористості m_i пластів Ω_i відомими, знайти коефіцієнти їх проникності k_i ; за зміною середньопластових тисків $\bar{p}_i(t)$, ($i = 1, \dots, n$) встановити об'єми V_i акумульованого газу в пластах Ω_i і, використовуючи рівняння стану газу $V_i = V_i(S_i, \bar{m}_i, \bar{h}_i, \bar{p}_i)$, S_i , \bar{m}_i , \bar{h}_i , \bar{p}_i – площа поверхні Ω_i , середня пористість, потужність та тиск у пластах відповідно, уточнити середні параметри пластів \bar{m}_i , \bar{h}_i та \bar{p}_i .

Потрібно зазначити, що універсальних алгоритмів ідентифікації параметрів моделей пластів-колекторів не існує. Це пов'язано зі складною геологічною будовою пластів, їх неоднорідністю розподілу, застосуванням дво-вимірної моделі, неможливістю розділити вплив параметрів на розподіл тиску, нерівномірністю розміщення свердловин як робочих, так і спостережних, неможливістю проведення вимірювань витрати одночасно на всіх свердловинах тощо.

Задачі заміщення буферного газу. Нехай I_s – множина свердловин, наявних на блоках 1–3, а I_w – множина додаткових свердловин, які, за потреби, можна встановити на газосховищі. Кожну із множин розглядатимемо як об'єднання двох підмножин $I_s = I_{sa} \cup I_{sn}$, $I_w = I_{wa} \cup I_{wn}$, де I_{sa} – множина наявних свердловин, які можна використовувати для нагнітання азоту в пласт в процесі заміщення, I_{sn} – множина наявних свердловин, які можна використовувати для відбору газу з пласта під час заміщення, I_{wa} – множина додаткових свердловин, які потрібно встановити для нагнітання азоту в пласт, I_{wn} – множина додаткових свердловин, які треба встановити для відбору природного газу з пласта в процесі заміщення природного газу азотом. Множини координат свердловин із множин I_{wa} та I_{wn} позначимо як R_{wa} та R_{wn} : $R_{wa} = \{(x_i, y_i), i = 1, \dots, N_{wa}\}$, $R_{wn} = \{(x_j, y_j), j = 1, \dots, N_{wn}\}$, N_{wa} – кількість додаткових свердловин, призначених для нагнітання, (x_i, y_i) – координати цих свердловин, N_{wn} – кількість додаткових свердловин, призначених для відбору газу, (x_j, y_j) – координати цих свердловин. Позначимо як $q_i^{sn}(t)$, $i \in \{1, \dots, N_{sn}\}$ (N_{sn} – кількість наявних свердловин, призначених для відбору газу) інтенсивність відбору (витрату) природного газу через i -ту наявну свердловину, а

через $q_j^{wn}(t)$, $j \in \{1, \dots, N_{wn}\}$ інтенсивність відбору (витрату) через j -ту додаткову свердловину, яку необхідно встановити для відбору газу. Позначимо як $g_i^{sa}(t)$ $g_i^{sn}(t)$, $g_i^{wa}(t)$ та $g_j^{wn}(t)$ – витрати паливного газу на свердловинах із множин I_{sa} , I_{sn} , I_{wa} та I_{wa} відповідно. Нехай T – заданий проміжок часу. Введемо функціонали відбору газу Q_n , нагнітання азоту Q_a та затрат паливного газу Q_g у процесі заміщення буферного газу в пластах азотом

$$Q_n = \int_T \left(\sum_{i=1}^{N_{sn}} q_i^{sn}(t) + \sum_{j=1}^{N_{wn}} q_j^{wn}(t) \right) dt, \quad (7)$$

$$Q_a = \int_T \left(\sum_{i=1}^{N_{sa}} q_i^{sa}(t) + \sum_{j=1}^{N_{wa}} q_j^{wa}(t) \right) dt, \quad (8)$$

$$Q_g = \int_T \left(\sum_{i=1}^{N_{sn}} g_i^{sn}(t) + \sum_{j=1}^{N_{wn}} g_j^{wn}(t) + \sum_{i=1}^{N_{sa}} g_i^{sa}(t) + \sum_{j=1}^{N_{wa}} g_j^{wa}(t) \right) dt \quad (9)$$

Із математичної моделі (1)–(6) випливає, що за заданих початкових умов у всіх пластах Ω_i , заданих режимах відбору газу $q_i^{sn}(t)$, $i \in \{1, \dots, N_{sn}\}$ та $q_j^{wn}(t)$, $j \in \{1, \dots, N_{wn}\}$, а також заданих режимах нагнітання азоту $q_i^{sa}(t)$, $i \in \{1, \dots, N_{sa}\}$ та $q_j^{wa}(t)$, $j \in \{1, \dots, N_{wa}\}$ функціонали Q_n , Q_a та Q_g залежать лише від поділу множини I_s на підмножини I_{sa} та I_{sn} , а також від множин додаткових свердловин I_{wa} та I_{wn} і координат їх розміщення в пластах, які визначаються множинами R_{wa} та R_{wn} :

$$\begin{aligned} Q_n &= Q_n(I_{sa}, I_{sn}, I_{wa}, I_{wn}, R_{sa}, R_{sn}), \\ Q_a &= Q_a(I_{sa}, I_{sn}, I_{wa}, I_{wn}, R_{sa}, R_{sn}), \\ Q_g &= Q_g(I_{sa}, I_{sn}, I_{wa}, I_{wn}, R_{sa}, R_{sn}). \end{aligned} \quad (10)$$

Сформулюємо задачу визначення оптимального за продуктивністю процесу відбору буферного газу із заміщення його азотом: за заданих режимів відбору газу $q_i^{sn}(t)$, $i \in \{1, \dots, N_{sn}\}$ та $q_j^{wn}(t)$, $j \in \{1, \dots, N_{wn}\}$ і режимів нагнітання азоту $q_i^{sa}(t)$, $i \in \{1, \dots, N_{sa}\}$ та $q_j^{wa}(t)$, $j \in \{1, \dots, N_{wa}\}$ визначити множини I_{sa} , I_{sn} , I_{wa} , I_{wn} , R_{sa} , R_{sn} , за яких функціонал відбору газу Q_n , розрахований із використанням математичної моделі (1)–(6), досягає максимального значення

$$Q = \max_{I_{sa}, I_{sn}, I_{wa}, I_{wn}, R_{sa}, R_{sn}} (Q_n) \quad (11)$$

за умов, що функціонал витрати паливного газу не перевищує заданого значення Q_g^* :

$$Q_g(I_{sa}, I_{sn}, I_{wa}, I_{wn}, R_{wa}, R_{wn}) \leq Q_g^*, \quad (12)$$

а максимальні концентрації C_i^{\max} , $i \in \{1, 2, \dots, n^W\}$ азоту в робочих пластах не перевищують заданих значень C_i^* :

$$C_i^{\max} \leq C_i^*, \quad i \in \{1, 2, \dots, n^W\}. \quad (13)$$

Нехай тепер множина свердловин I_s та її підмножини I_{sa} й I_{sn} задані: $I_s = I_{sa} \cup I_{sn}$. У цьому випадку можна формулювати задачу оптимального керування режимами відбору буферного газу та нагнітання азоту в процесах заміщення.

Позначимо як $q_a(t) = [q_1^{sa}(t), q_2^{sa}(t), \dots, q_{N_{sa}}^{sa}(t)]^T$ набір функцій, визначених на часовому інтервалі T_a , які визначають режими нагнітання азоту в пласт через свердловини I_{sa} , $q_n(t) = [q_1^{sn}(t), q_2^{sn}(t), \dots, q_{N_{sn}}^{sn}(t)]^T$ – набір функцій, визначених

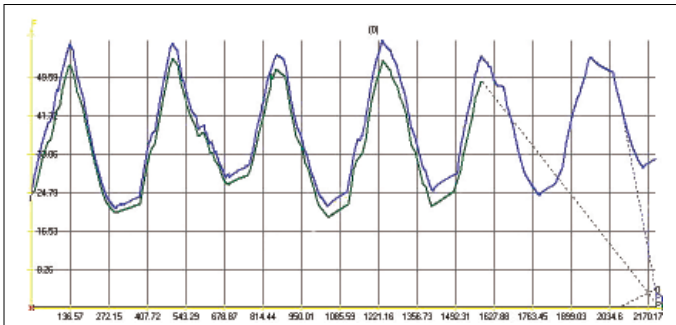


Рис. 2. Пластовий тиск у св. 165 блока 4 та в робочій зоні протягом шести сезонів відбирання та нагнітання газу

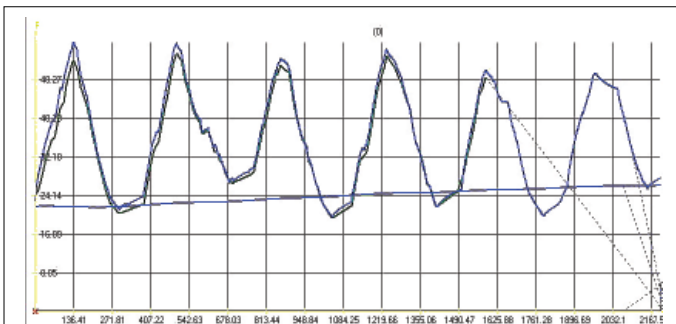


Рис. 3. Розрахований пластовий тиск у робочій зоні (синя крива) під час нагнітання азоту у верхню частину блока 3 із інтенсивністю $2,9 \text{ м}^3/\text{с}$ протягом 4 років (1460 днів)

на часовому інтервалі T_n , які визначають режими відбору з пласта через свердловини I_{sn} . Як випливає із математичної моделі (1)–(6) за заданої множини $I_s = I_{sa} \cup I_{sn}$, функціонали Q_n , Q_a та Q_g залежать лише від початкових умов та режимів роботи свердловин I_{sa} та I_{sn} :

$$Q_n = Q_n(q_a(t), q_n(t)), Q_a = Q_a(q_a(t), q_n(t)), Q_g = Q_g(q_a(t), q_n(t)). \quad (14)$$

Сформулюємо тепер задачу визначення режиму оптимального нагнітання азоту за заданої множини свердловин $I_s = I_{sa} \cup I_{sn}$: для заданого набору функцій $q_n(t)$, які визначають режими роботи свердловин I_{sn} , визначити набір функцій $q_a(t) \in M_{q(t)}$ функцій, що визначають режими роботи свердловин I_{sa} , за якого функціонал Q_a досягає максимального значення Q

$$Q = \max_{q_a(t)} (Q_n), \quad (15)$$

де $M_{q(t)}$ – множина усіх можливих наборів функцій $q_a(t)$, які визначають режими роботи свердловин I_{sa} , для яких максимальні концентрації азоту C_i^{max} , $i \in \{1, 2, \dots, n^W\}$ у робочих пластах, розраховані за математичною моделлю (1)–(6), не перевищують заданих значень C_i^* .

Нехай $q_w(t) = [q_1^{wn}(t), q_2^{wn}(t), \dots, q_{N_{wn}}^{wn}(t)]^T$ – набір функцій, заданих на інтервалі часу T^W , які визначають режими відбору газу свердловинами I_W у робочих пластах, $q_a(t) = [q_1^{ba}(t), q_2^{ba}(t), \dots, q_{N_{ba}}^{ba}(t)]^T$ – набір функцій, заданих на інтервалі часу T^{Ba} , які визначають режими нагнітання азоту через свердловини I_{Ba} у буферних пластах,

$q_n(t) = [q_1^{bn}(t), q_2^{bn}(t), \dots, q_{N_{bn}}^{bn}(t)]^T$ – набір функцій, заданих на інтервалі часу T^{Bn} , які визначають режими відбору буферного газу зі свердловин I_{Bn} у буферних пластах.

Сформулюємо задачу оптимального керування режимами заміщення буферного газу азотом у пласті, що перебуває в експлуатації: за заданого набору функцій $q_w(t)$, які визначають режими роботи свердловин у робочих пластах Ω^W , знайти набори функцій $q_a(t)$ та $q_n(t)$, за яких функціонал Q_n , обчислений по свердловинах I_{sn} у буферних пластах, досягає свого максимального значення Q

$$Q = \max_{q_a(t), q_n(t)} (Q_n) \quad (16)$$

за найменшого із усіх можливих інтервалу T^{Ba} нагнітання азоту та за умови, що розраховані за моделлю (1)–(6) максимальні концентрації азоту в робочих пластах Ω^W не перевищують заданих значень.

Алгоритм розрахунку координат контура поширення азоту. Розрахунок контура поширення азоту без змішування його з природним газом

Розглянемо неоднорідний пласт за проникністю, пористістю та потужністю. Вважаємо, що процес поширення азоту відбувається без його змішування з природним газом, тобто розглядається роздільна фільтрація двох газів. Через деякі свердловини нагнітається азот, а через інші можливий відбір природного газу. Пласт-колектор за потужністю (різниця висотних відміток верхньої та нижньої поверхонь пласта), порівняно з іншими розмірами, є незначним. Геометричні розміри пластів-колекторів сягають сотень і тисяч метрів, а фільтраційні процеси досліджуються на значних інтервалах часу (місяці і роки). В цих припущеннях відношення капілярного тиску до повної гідродинамічної втрати тиску є малим. Це дає змогу нехтувати капілярними силами. Рух газів підпорядкований закону Дарсі. Гравітаційні сили не враховуються.

Відбирання (нагнітання) газу з підземних сховищ здійснюється через n свердловин, розміщених у точках (x_i, y_i) , протягом деякого проміжку часу $t \in [t_{1i}, t_{2i}]$, $(i = \overline{1, n})$. Густина відбирання визначається формулою

$$q(t) = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n q_i \delta(x - x_i)(y - y_i) [\eta(t - t_{1i}) - (t - t_{2i})], \quad (17)$$

де q_i – відбір газу з i -тої свердловини, $\delta(x)$ – дельта-функція Дірака, $\eta(t - t_{ji})$ – одинична функція Хевісайда, V – об'єм газосховища.

Множина всіх свердловин S є об'єднанням двох підмножин свердловин S_1 та S_2 . Множину S_1 утворюють робочі свердловини, а S_2 – свердловини, через які відбувається нагнітання азоту. У зв'язку із цим область пласта-колектора також розбивається на дві множини областей. В одній із множин областей присутній азот. В області поширення азоту має місце рівняння стану для азоту

$$P = g\rho_a z_a R_a T, \quad (18)$$

а в зовнішній – рівняння стану для природного газу

$$P = g\rho_z R T. \quad (19)$$

На межі азот-природний газ виконується умова рівності тисків. Потрібно також дотримуватися умови щодо об'єму газу у внутрішній області.

$$Q_{\Sigma} = \frac{T_{cr}}{P_{cr}} \int_0^h \int_0^F \frac{pm}{Tz} dFdh \approx \frac{T_{cr}}{P_{cr}} \frac{\bar{p}}{Tz} \bar{m}F, \quad (20)$$

де F – площа розміщення азоту.

Для знаходження координат точок контура виконуються такі дії: у кожен момент часу знаходиться $\bar{v}(x, y, t)_{\bar{n}} = -\frac{k}{\mu_a} \frac{dp}{dn}$ – швидкість руху точок $(x, y) \in \Gamma_a$ контура за градієнтом тиску вздовж нормалі \bar{n} до контура розмежування природного газу і суміші азоту з природним газом, де \bar{v} – вектор швидкості фільтрації в напрямку нормалі в точці (x, y) на контурі Γ_a , k – коефіцієнт проникності, μ_a – динамічна в'язкість азоту, p – приведений тиск. У процесі зміни довжини контура густину точок $(x, y) \in \Gamma_a$ на контурі підтримуємо стабільною. Для прискорення часу розрахунку параметрів контура густину точок на контурі можна нарощувати повільно.

Потрібно постійно контролювати виконання рівності $V_a(t) = V_n(t)$. Тут позначено: $V_a(t)$ – об'єм газу, який знаходиться в $\Omega_a(t, \Gamma_a)$, а $V_n = \sum_{i=1}^n V_i(t)$ – сумарний об'єм газу, який надійшов у пласт-колектор за час t через n нагнітальних свердловин. У випадку, якщо розрахований об'єм азоту за розрахованим контуром не рівний об'єму закачаного азоту (розраховується за параметрами зосереджених свердловин), то корегування швидкості руху точок на контурі проводиться таким чином, щоб досягти рівності (10) із заданою точністю.

Якщо корегування швидкості поширення на кожному часовому кроці буде значним, то його можна уточнювати:

$$\bar{v}(x, y, t)_{\bar{n}_a} = \begin{cases} -\frac{k_a}{\mu_a} \frac{\Delta p_a}{\Delta n_a} - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta n}, & \frac{\Delta p_a}{\Delta p} \geq 0; \\ -0,5 \left(\frac{k_a}{\mu_a} \frac{\Delta p_a}{\Delta n_a} - \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta n} \right), & \frac{\Delta p_a}{\Delta p} \leq 0, \end{cases} \quad (21)$$

де перший доданок знаходиться у внутрішній області (області знаходження азоту), а другий – у зовнішній. За час Δt точка $(x, y) \in \Gamma_a$ у напрямку нормалі пройде шлях $\Delta t v(x, y, t + \Delta t)$.

Під час нагнітання азоту в декілька свердловин кількість незв'язних областей, заповнених азотом, постійно змінюється.

Числові експерименти

Експеримент 1. Проведенню числових експериментів передувало адаптування математичної моделі розрахунку областей поширення азоту до реальних газодинамічних та фільтраційних процесів, які проходять у неоднорідних порових областях (пластах-колекторах). Процес адаптування полягав у знаходженні параметрів проникностей пластів газосховища, його окремих блоків та слабопроникних пропластків між окремими пластами. Експериментуючи на програмному комплексі, адаптивні параметри постійно уточнювали. Одним із важливих і досить переконливих

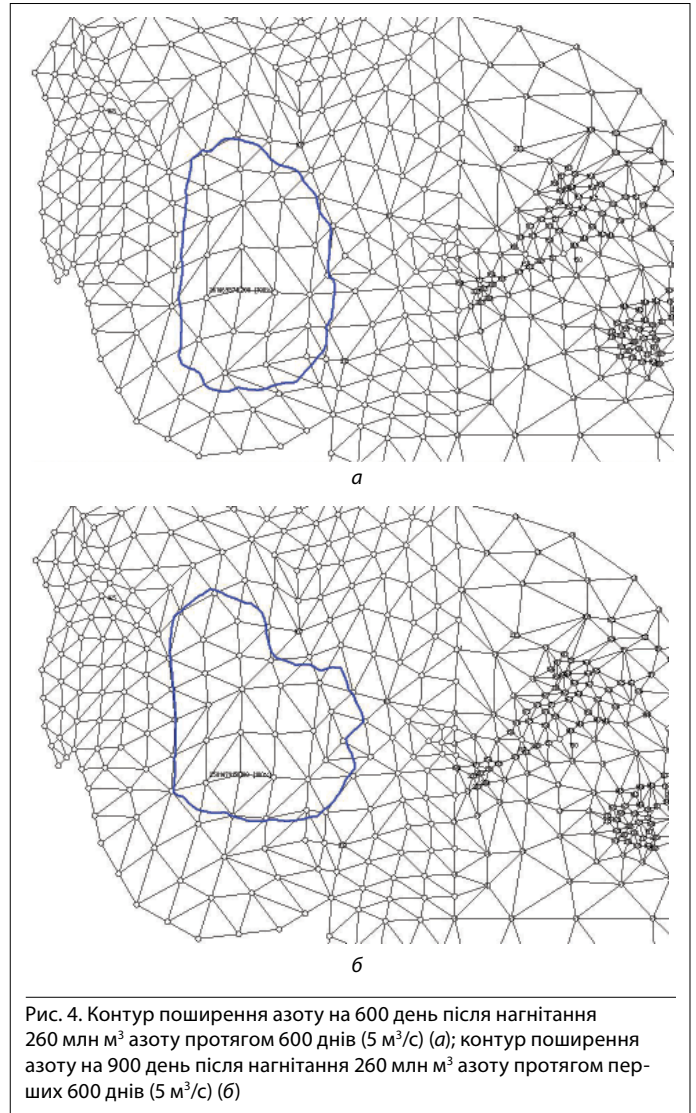


Рис. 4. Контур поширення азоту на 600 день після нагнітання 260 млн м³ азоту протягом 600 днів (5 м³/с) (а); контур поширення азоту на 900 день після нагнітання 260 млн м³ азоту протягом перших 600 днів (5 м³/с) (б)

аргументів щодо адекватності моделі є висока точність розрахованих параметрів динаміки зміни тисків у нейтральний період (між завершенням відбирання та початком нагнітання газу).

Розрахунок пластового тиску в робочій області проведено протягом шести сезонів нагнітання та відбирання газу. Оцінити результати адаптації можна за графіками заміряних та розрахованих пластових тисків у робочій зоні, які приведені на рис. 3. Незначне відхилення розрахованих та заміряних пластових тисків у початковий момент (перший сезон закачування) проявляється за недостатньої збалансованості модельних та реальних параметрів, а також у різних підходах до розрахунку пластових тисків (програма дає можливість розраховувати середній тиск у робочій області за всіма робочими свердловинами).

Потрібно зауважити, що динаміка зміни тиску в св. 165 блока 4 близька до реальної.

Експеримент 2. Нагнітання азоту здійснювали в блок 3. Це пов'язано з тим, що блок 4 має досить низьку проник-

ність пласта. Розглянуто декілька варіантів. Нагнітання азоту проводилося з різними інтенсивностями. На рис. 3 приведено варіант із нагнітанням азоту у блок 3 з інтенсивністю 2,9 м³/с. Ефект від нагнітання азоту оцінювався за зміною пластового тиску в нейтральний період після відбору газу.

Візуально аналізуючи графік на рис. 3, можна помітити відчутні зміни пластового тиску в робочій області (див. на тиски в нейтральні періоди).

Таблиця 1

Зміна тиску (МПа) у нейтральний період після нагнітання 182,9 млн м³ азоту

Кінець <i>i</i> -того сезону відбирання природного газу	Після нагнітання азоту P_1	Без нагнітання азоту P_2	Різниця тисків ($\Delta P = P_1 - P_2$)
$i = 2$	2,868	2,777	0,091
$i = 3$	2,265	2,116	0,149
$i = 4$	2,558	2,347	0,211

Таблиця 2

Зміна тиску (МПа) у нейтральний період після нагнітання 365,8 млн м³ азоту

Кінець <i>i</i> -того сезону відбирання природного газу	Після нагнітання азоту P_1	Без нагнітання азоту P_2	Різниця тисків ($\Delta P = P_1 - P_2$)
$i = 2$	2,975	2,777	0,198
$i = 3$	2,397	2,116	0,281
$i = 4$	2,744	2,347	0,397

Експеримент 3. Нагнітання азоту в окремі свердловини другої зони проводили в процесі роботи газосховища.

Експеримент 4. Нагнітання азоту в 4 зону здійснювали протягом 5 років чотирма свердловинами з інтенсивністю 0,7408 м³/с (загальний об'єм азоту сягав 467,237376 млн м³).

Значення різниці тисків у нейтральні періоди, розраховані протягом 5 років роботи Дашавського ПСГ, приведено в табл. 3.

Таблиця 3

Зміна тиску в робочій зоні у процесі нагнітання азоту (без відбирання природного газу, витісненого з слабопроникних зон)

Рік	ΔP , МПа	Збільшення пластового тиску в робочій зоні протягом сезону
1	0,0662	0,0662
2	0,1619	0,0957
3	0,2651	0,1032
4	0,3829	0,1178
5	0,5375	0,1546

Одночасно із нагнітанням азоту в 4 зону, яке проводилось протягом 5 років чотирма свердловинами з інтенсивністю 0,7408 м³/с (загальний об'єм азоту становив 467,237376 млн м³), проводилося додаткове відбирання газу з ПСГ з робочої зони трьома свердловинами з інтенсивністю 0,75 м³/с (загальний об'єм газу сягав 354,78 млн м³).

Якщо тиски в робочій зоні на кінець п'ятого сезону за знайденого відбирання газу додатково до існуючого співпали, то це підтверджує правильність знайдених об'ємів природного газу, витіснених азотом у робочу зону.

Результати числових експериментів

1. Об'єми газу, які будуть витіснені в робочу зону за кожен сезон, є пропорційними до зміни тисків у робочій зоні за сезон (різниця тисків за умов відсутності нагнітання азоту та за умов нагнітання), тобто станом на кінець: першого сезону – 0,0662, другого – 0,0957, третього – 0,1032, четвертого – 0,1178, п'ятого – 0,1546 МПа.

Як бачимо з наведеної таблиці, динаміка перетікання газу, витісненого з слабопроникних зон у робочу область, з роками наростає.

2. За п'ять сезонів відбирання та нагнітання природного газу в результаті нагнітання азоту об'ємом 467,237376 млн м³ (інтенсивністю 256 тис. м³ за добу протягом п'яти років) у робочу зону азотом витіснено з слабопроникних зон 354,78 млн м³ природного газу.

3. Можливим є процес защемлення буферного газу. Він буде пов'язаним не з рухом контура азоту, а швидше зі зростанням тиску та наявної анізотропії пласта. Можна очікувати, що під час руху контура поширення азоту у внутрішню область знаходження азоту потрапить більше ніж 30 % буферного природного газу.

4. Протягом нейтрального періоду у робочу зону (область робочих свердловин) проникає близько 130 млн м³ газу, а до усієї робочої зони залежно від об'ємів нагнітання та відбирання газу потрапляє близько 200–250 млн м³ газу. Протягом часу відбирання газу в робочу зону проникає значно більше газу. Припинення перетікання газу із робочої в третю та четверту зони може забезпечити 92,08 млн м³ азоту. За сезон відбирання газу, який становить у середньому 151 добу, поповнення буферного газу дає можливість зекономити 695,5 тис. м³ паливного газу.

Список літератури

1. **Гімер Р.Ф.** Підземне зберігання газу / Р.Ф. Гімер, П.Р. Гімер, М.П. Деркач. – Львів: Центр Європи, 2007. – 224 с.
2. **Тетерев И.Г.** Управление процессами добычи газа / И.Г. Тетерев, Н.Л. Шешуков, Е.М. Нанивский. – М.: Недра, 1981. – 248 с.
3. **Вечерік Р.Л.** Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід / Р.Л. Вечерік, Я.Д. П'янило, М.Г. Притула, Ю.Б. Хаєцький // Нефть и газ. – 2004. – № 6. – С. 83–89.
4. **Вечерік Р.Л.** Математичний аналіз акумулюючої здатності газонесних пластів ПСГ / Р.Л. Вечерік, Я.Д. П'янило, М.Г. Притула, Ю.Б. Хаєцький // Нафт. і газова пром-сть. – 2005. – № 6. – С. 55–59.
5. **П'янило Я.Д.** Дослідження впливу параметрів пласта та привибійної області свердловини на розрахунок дебіту свердловини / Я.Д. П'янило, М.Г. Притула // Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. Вісник ДУ «Львівська політехніка». – 2002. – № 392. – С. 45–49.
6. **Лопух Н.Б.** Розрахунок початково-граничних умов в задачах фільтрації газу в пористих середовищах / Н.Б. Лопух, Я.Д. П'янило, М.Г. Притула, Н.М. Притула // Комп'ютерні науки та інформаційні технології. Вісник Національного університету «Львівська політехніка». – 2009. – № 638. – С. 239–243.
7. **Ефимов А.В.** Метод расчета коэффициентов диффузии при конденсации водяного пара из продуктов сгорания газообразного топлива / А.В. Ефимов, Л.В. Гончаренко, А.Л. Гончаренко // Тепловая энергетика. – 2009. – № 3. – С. 18–21.