

*Розвідка та розробка нафтових і газових родовищ. – 2004. – № 4. – С. 60–66. 19. Журавчак Л.М. Грицько Є.Г. Метод приграничних елементів у прикладних задачах математичної фізики. – Львів: Карпатське відділення Інституту геофізики НАН України, 1996. – 220 с. 20. Бенерджи П., Баттерфілд Р. Метод граничних елементів в прикладних науках. – М.: Мир, 1984. – 494 с. 21. Журавчак Л. М., Шуміліна Н. В. Моделювання розподілу електромагнітного поля у зонально-однорідних об'єктах // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2004. – № 521: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – С. 120–129.*

УДК 622.692.4+622.691.24

Н. Притула<sup>1,2</sup>, Р. Боровий<sup>1</sup>, М. Притула<sup>1,2</sup>, О. Химко<sup>3</sup>

<sup>1</sup> ТОВ “Математичний центр”,

<sup>2</sup> Центр математичного моделювання  
ІППММ ім. Я.С.Підстригача НАН України,

<sup>3</sup> Національний університет “Львівська політехніка”,

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ БІЛЬЧЕ-ВОЛИЦЬКОГО ПІДЗЕМНОГО СХОВИЩА ГАЗУ

© Притула Н., Боровий Р., Притула М., Химко О., 2010

**Побудована математична модель процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу–магістральний газопровід, в яку входять моделі всіх технологічних об'єктів, гідравлічно пов'язаних між собою. Встановлено обмеження, які накладаються на параметри моделей та газодинамічні процеси. Наведено постановки основних задач, які виникають під час моделювання роботи системи пласт підземного сховища газу – магістральний газопровід.**

**Ключові слова:** фільтрація газу, технологічна схема, компресорна станція, пористе середовище, шлейфово-колекторна система, свердловина, вибійна зона.

**The gas transport process mathematical model of underground gas storage layer – main pipeline system that includes the models of all hydraulically related to each other technological objects was constructed. The restrictions that are applied to model parameters and gas-dynamic processes were set. The statements of all primary tasks that arise during underground gas storage layer – main pipeline system work modeling are presented.**

**Keywords:** filtering gas scheme, compressor station, a porous medium shleyfovo-sewer system, well, Mounted Zone.

### Вступ

Підземні сховища газу (ПСГ) є важливою частиною газотранспортної системи (ГТС) України. Вони слугують для ліквідації дисбалансу газу в ГТС в осінньо-зимовий період. Нерівномірність як відбору, так і закачування істотно впливає на основні режимні параметри: максимальний час безкомпресорного (за рахунок пластової енергії, для економії паливно-енергетичних ресурсів) відбору і закачування; максимальні відбори газу за визначений час (піковість); тривалість періоду відбору тощо. Основні процеси в ПСГ – процеси фільтрації газу в його пластах, які є істотно нестаціонарними, та газодинамічні, які проходять у вибоях свердловин, шлейфово-колекторній системі, КС тощо [1–4]. Параметри, що характеризують пласт (пористість, проникність, газонасиченість, фільтраційні коефіцієнти тощо) є складними нелінійними функціями багатьох параметрів і

відомі приблизно. З погляду моделювання вибійні зони свердловин можна розглядати як окремий об'єкт зі своїми параметрами. Ці параметри залежать як від структурних властивостей пласту, так і від способів розкриття свердловин (параметрів перфорації, типів вибійної зони тощо). Зазначимо, що не існує двох однакових або подібних газосховищ, як і не існує універсальних математичних моделей, адекватних з необхідною точністю гідродинамічним процесам у пластах-колекторах.

### Характеристика об'єкта дослідження

Більче-Волицько-Угерське (XVI гор.) ПСГ призначене для забезпечення надійності транзитних передач російського та центральноазіатського газу в західноєвропейські країни. Вказане ПСГ з'єднане з системою газопроводів Івацевичі – Долина III, Київ – Захід України-II, Більче-Волиця – Долина, який через своє продовження (газопровід Долина – Богородчани) сполучається з магістральними газопроводами “Союз” та Уренгой – Помари – Ужгород.

У 1983 р. почалося закачування газу у виснажений XVI гор. Більче-Волицького родовища. Це стало початком створення найбільшого в Європі Більче-Волицько-Угерського ПСГ. Більче-Волицько-Угерське ПСГ має найсприятливіші умови зберігання газу – порівняно невелика глибина залягання пласта-колектора, його високі геолого-фізичні параметри, достатня герметичність, зв'язок з газотранспортною системою та вигідне географічне розташування. Спорудження найбільшого гіганта підземного зберігання газу разом з бурінням свердловин тривало 10 років.

Згідно з проектним рішенням, розбурювання, облаштування та підімкнення свердловин ПСГ до 1994 р. було закінчене. Збудовані газозбірні пункти (ГЗП) – 1, 2, 3, 4, до яких під'єднано 291 свердловина на Більче-Волицький поклад і 50 свердловин на Угерський поклад. Більче-Волицька дотискна компресорна станція (ДКС) облаштована 28 газоперекачувальними агрегатами (ГПА) Ц-16 і ГПА Ц-6,3. Нарощені потужності з осушення і підготовки газу.

### Технологічна граф-схема ПСГ

Система зберігання газу об'єднує набір технологічних об'єктів, технічних засобів, систем автоматики в єдине ціле. Така система характеризується великою інерційністю і нелінійністю процесів, можливістю зберігання значних об'ємів газу в пористому середовищі на значних глибинах.

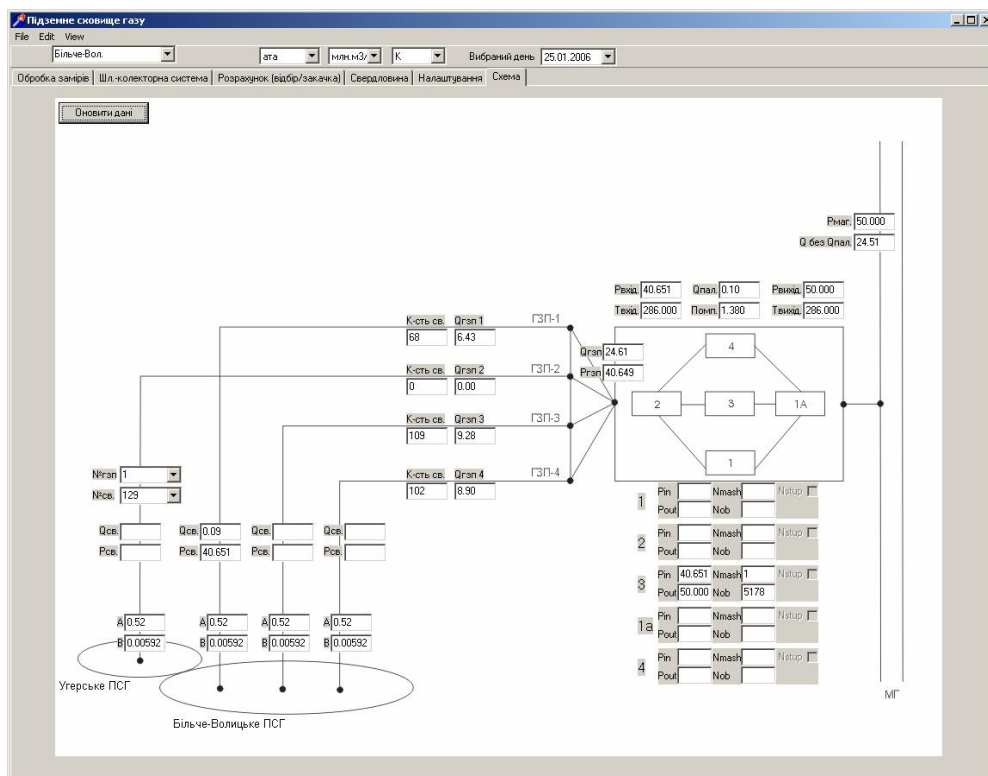


Рис. 1. Спрощена технологічна схема ПСГ

Всі об'єкти можна умовно розділити на кілька класів. Об'єкти, які не володіють моделлю, називатимемо інформаційними, або розрахунковими (газовий потік). До основних об'єктів, які володіють моделлю технологічного процесу, належать: трубопровід, свердловина, газоперекачувальний агрегат (ГПА), група ГПА, станція апаратів повітряного охолодження газу, об'єкти очищення і осушки газу (пиловловлювачі, сепаратори, абсорбери), регулювальна арматура за тиском і витратою. Всі перераховані об'єкти мають початок і кінець (або вхід і вихід). Модель об'єкта дає змогу зв'язати параметри газового потоку на їх входах і виходах.

Із об'єктів, які володіють моделлю, формуються технологічні схеми. Всі технологічні схеми мають математичну модель. Математична модель ПСГ формується на основі математичної моделі структури ПСГ, моделей газових потоків в технологічних об'єктах, умовах Кірхгофа та моделі пласту-колектора.

**Математичною моделлю структури ПСГ** є набір об'єктів кількох типів, які пов'язані технологічно. Так, набір надземних об'єктів, зокрема свердловини, представлений частково орієнтованим, без петель, не обов'язково зв'язним графом  $G = (V, E)$ , який складається зі скінченної кількості вершин  $V$  і ребер  $E$ . Кожне ребро визначається парою вершин. Для позначення вершин графа використовуватимемо символи  $u_1, u_2, \dots, u_n$ , а для позначення ребер – їхні пари  $(u_i, u_j)$ . Ребра з однаковими вершинами називають паралельними. Якщо вершини  $u_i$  і  $u_j$  з'єднані лише одним ребром, то це ребро позначатимемо  $(i, j)$ .

Множина  $V$  є об'єднанням множин вершин  $V_1, V_2, V_3$ , які називаються вхідними, вихідними (у разі закачування газу, а в процесі відбору газу назви цих вершин змінюються) і внутрішніми відповідно. Якщо внутрішні вершини графа  $G = (V, E)$  ГТС є місцями з'єднання трубопроводів і різнотипних об'єктів, поворотів, відгалужень, то вершини  $V_1$  і  $V_2$  є відповідно притоками і відборами газу. Всі інші об'єкти, які характеризуються протяжністю, називають ребрами (трубопроводи, свердловини, КС, запірні та регулювальні арматури, апарати повітряного охолодження (АПО), сепаратори тощо).

Вважаємо, що кожен об'єкт типу вершина чи ребро в ПСГ мають унікальні номери, які при перетворенні графа  $G$  ПСГ не змінюються. Вихідна технологічна граф-схема  $G$  є єдиною.

Об'єкти, що беруть участь у закачуванні (відборі) і збереженні газу, складаються умовно з двох груп. До першої групи зарахуємо наземні об'єкти, а до другої – підземні.

**У наземні об'єкти входять:** шлейфово-колекторна частина збору газу; газозбірний пункт; технологічні об'єкти (сепаратори, пиловловлювачі, установки сушки й охолодження газу, вузли замірів); дотискна компресорна станція; відвід від магістрального газопроводу; регулювальні штуцери, клапани й інша арматура.

**Підземні об'єкти** складаються зі свердловин (експлуатаційних, спостережних, контрольних, спеціальних) з відповідними об'язками і пластів-колекторів (пластової системи).

**Шлейфово-колекторна система** (рис.1) складається із системи трубопроводів, які зв'язують кожен свердловину з газозбірним пунктом (ГП), і задається такими параметрами:  $d$  – внутрішній діаметри;  $l$  – довжини труб відповідно. У разі необхідності є можливість задавати і перепад висот між початком і кінцем кожної труби.

Оскільки в гідравлічний розрахунок газозбірного пункту входить велика кількість місцевих опорів, то за модель ГП вибрано гідравлічний еквівалент у вигляді  $P_{op} = f_0(P_{in}, Q, t)$ , де вибір функції  $f_0$  залежить від точності апроксимації даних, що вимірюються, у діапазоні змін вхідного тиску  $P_{in}$  й витрати  $Q$  відбору – закачування.

Моделі пиловловлювачів і абсорберів будують так, як і модель газозбірного пункту. Складнішою є модель апарата повітряного охолодження (АПО):

$$P_{op} = f_1(P_{in}, T_{in}, Q),$$

$$T_{op} = f_2(T_{in}, Q, T_a),$$

де  $P_{in}, P_{op}, T_{in}, T_{op}$  – значення тисків і температур на вході і виході АПО відповідно;  $Q$  – комерційна витрата газу;  $T_a$  – температура зовнішнього середовища; вибір функцій  $f_1, f_2$  залежить від типу АПО і вибраного виду апроксимації реальних характеристик.

**Компресорна станція** задається: технологічною схемою, характеристиками ГПА (характеристика відцентрового нагнітача, характеристика приводу) і технологічних об'єктів.

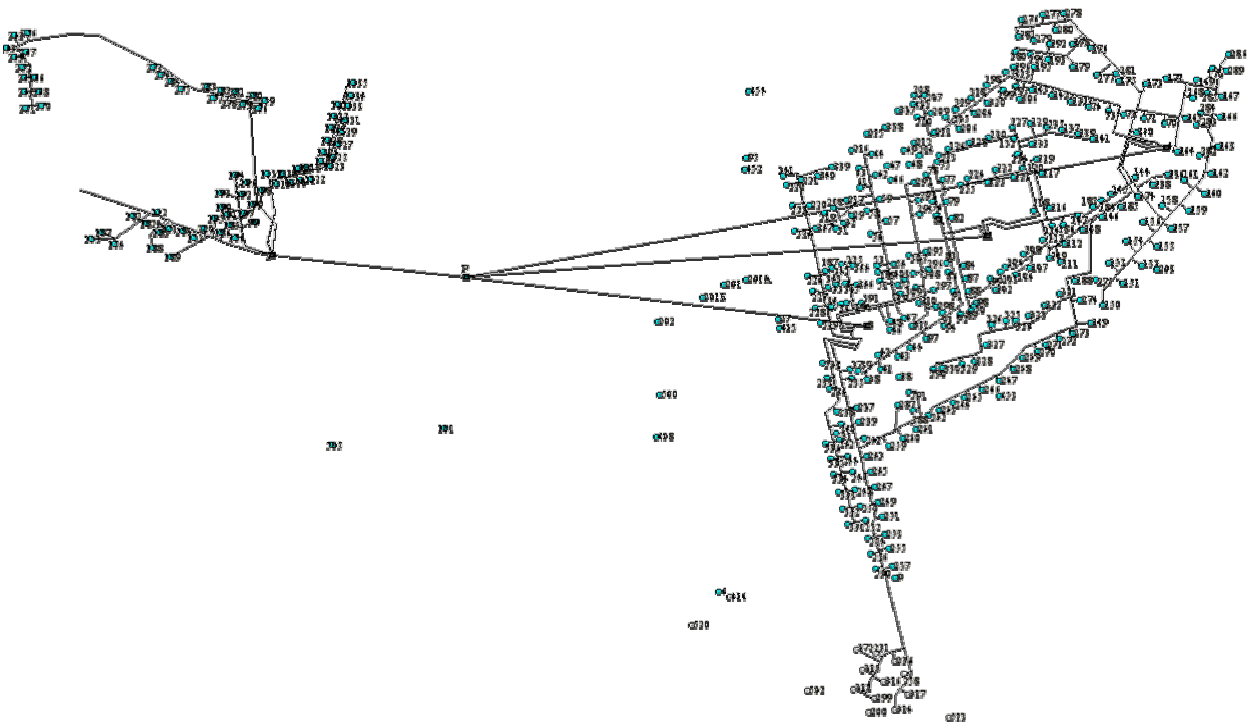


Рис. 2. Шлейфово-колекторна система з номерами робочих сверловин

Розробка та редагування режимів ( 1.REG )

Режим Управління Сервіс Розрахунок КС Журнали Паролі Гідралічний розрахунок

**Вхідні дані для гідралічного розрахунок КС**

**Надходження газу P, Q**

ГСП-1	<input type="text" value=""/>	кгс/см <sup>2</sup>	ГСП-2	<input type="text" value=""/>	кгс/см <sup>2</sup>
	<input type="text" value=""/>	тис.м <sup>3</sup> /год		<input type="text" value=""/>	тис.м <sup>3</sup> /год
ГСП-3	<input type="text" value="32.0"/>	кгс/см <sup>2</sup>	ГСП-4	<input type="text" value="32.0"/>	кгс/см <sup>2</sup>
	<input type="text" value="1000"/>	тис.м <sup>3</sup> /год		<input type="text" value="1000"/>	тис.м <sup>3</sup> /год

**Розхід газу Q**

d=1200	<input type="text" value="800"/>	тис.м <sup>3</sup> /год	d=1400	<input type="text" value="1200"/>	тис.м <sup>3</sup> /год
--------	----------------------------------	-------------------------	--------	-----------------------------------	-------------------------

ГПА №1	<input type="text" value="0"/>	ГПА №15	<input type="text" value="0"/>
ГПА №2	<input type="text" value="0"/>	ГПА №16	<input type="text" value="0"/>
ГПА №3	<input type="text" value="0"/>	ГПА №17	<input type="text" value="0"/>
ГПА №4	<input type="text" value="0"/>	ГПА №18	<input type="text" value="0"/>
ГПА №5	<input type="text" value="0"/>	ГПА №19	<input type="text" value="0"/>
ГПА №6	<input type="text" value="0"/>	<b>ГПА №20</b>	<input type="text" value="4200"/>
ГПА №7	<input type="text" value="0"/>	ГПА №21	<input type="text" value="0"/>
ГПА №8	<input type="text" value="0"/>	<b>ГПА №22</b>	<input type="text" value="4200"/>
<b>ГПА №9</b>	<input type="text" value="4200"/>	ГПА №23	<input type="text" value="0"/>
<b>ГПА №10</b>	<input type="text" value="4200"/>	ГПА №24	<input type="text" value="0"/>
ГПА №11	<input type="text" value="0"/>	ГПА №25	<input type="text" value="0"/>
ГПА №12	<input type="text" value="0"/>	ГПА №26	<input type="text" value="0"/>
ГПА №13	<input type="text" value="0"/>	ГПА №27	<input type="text" value="0"/>
ГПА №14	<input type="text" value="0"/>	ГПА №28	<input type="text" value="0"/>

Windows taskbar: Start, MyIE - [Ko..., 2 Windo..., 4 Micros..., Microsoft..., 2 NTVD..., 12:31

Рис. 3. Фрагмент технологічної схеми, на якій виконують гідралічний розрахунок КС

**Параметри свердловин** (експлуатаційних колон) такі:  $(x, y)$  – відносні координати свердловин;  $d_s$  – внутрішні діаметри робочих (ліфтових) колон;  $l_s$  – висоти робочих колон;  $r_k$  – зовнішні радіуси робочих колон (НКТ);  $r_{ek}$  – внутрішні радіуси експлуатаційних колон;  $n_0$  – щільність перфорації;  $h$  – інтервал перфорації;  $h_x$  – інтервал перфорації до НКТ.

**Параметри пластів:**  $\Gamma$  – зовнішня границя плану максимального поширення газу в ПСГ;  $d_z$  – діаметр зерен породи;  $\Omega$  – ефективний поровий об'єм;  $m(x, y)$  – пористість;  $h(x, y)$  – потужність пласту;  $k(x, y, t)$  – проникність,  $a$  – коефіцієнт газонасиченості.

**Параметри вибієної зони пласту:**  $R$  – радіус живлення – далека зона;  $R_1$  – радіус живлення – ближня зона (вибієна);  $k_i$  – проникність ближньої зони  $i$ -ї свердловини.

**Параметри газу:**  $r$  – густина газу;  $R$  – газова стала;  $T$  – температура газу.

### Математична модель системи пласт – магістраль

Набір параметрів, які входять у моделі газових потоків у технологічних об'єктах, поділимо на режимні, стану, керовані та регульовані. Нижче подано моделі основних технологічних об'єктів та обмеження, які повинні задовольняти відповідні параметри. Система пласт – магістраль зображається у вигляді орієнтованого графа з ребрами  $(i, j)$ , де  $i$  та  $j$  ( $i, j = \overline{1, T}$ ) – вершини графа.

1. Модель газового потоку в трубі (шлейфі, колекторі)

$$P(x) = \varphi_1(P_i, T_i, q_{ij}, D_1, \lambda_{ij}, x), T(x) = \varphi_2(P_i, P_j, T_i, q_{ij}, D_2, K_T, x) - (i, j) \in M. \quad (1)$$

1.1. Обмеження:  $P(x) \leq P_{\max}(x)$ ;  $T_i \leq T_{\max}$ .

1.2. Параметри стану:  $I_{ij}, K_T$  – коефіцієнт гідравлічного опору і коефіцієнт теплопередачі від труби до зовнішнього середовища.

2. Модель газового потоку, який проходить через компресорну станцію

$$P_j = \varphi_3(q_{ij}, T_i, P_i, D_3, G, \bar{n}), T_j = \varphi_4(T_i, P_i, P_j, D_4, \eta), Q_i^- = \varphi_5(P_j, T_j, D_5, K_s, N), (i, j) \in L. \quad (2)$$

2.1. Обмеження:  $q_{\min} \leq q_{ij} \leq q_{\max}$ ;  $n_{\min} \leq n \leq n_{\max}$ ;  $T_j \leq T_{\max}$ ;  $N \leq N_{\max}$ .

2.2. Параметри стану:  $h, K_s$  – коефіцієнт політропічного ККД стиску газу ВН і коефіцієнт технічного стану приводу ГПА.

2.3. Параметри керування:  $q_{ij}, n, T_j, G$  – технологічна схема КС (схема з'єднання ГПА).

2.4. Параметри регулювання:  $P_j$ .

3. Модель місцевого опору

$$P_j - P_i = \Delta P = \varphi_6(\rho, v, D_6), T_j = \varphi_7(T_i, \Delta P, D_{di}, D_7), (i, j) \in K. \quad (3)$$

4. Модель редуктора

$$q_{ij} = j_8(P_i, P_j) = \begin{cases} P_i \geq P_j, q_{ij} = Q \\ P_i < P_j, q_{ij} = 0 \end{cases}, (i, j) \in R_Q. \quad (4)$$

4.1. Параметр керування –  $P_j$ .

5. Модель регулятора витрати

$$q_{ij} = j_9(\Delta P), \Delta P = P_i - P_j, (i, j) \in R_q. \quad (5)$$

5.1. Параметр керування –  $\Delta P$ .

6. Модель незворотного крана

$$q_{ij} = j_{10}(P_i, P_j) = \begin{cases} q_{ij}, P_i > P_j \\ 0, P_i \leq P_j \end{cases}, (i, j) \in R_p. \quad (6)$$

7. Рівняння балансу масової витрати

$$\sum_i m_{ij} + \sum_k m_{jk} = 0, j \in V. \quad (7)$$

8. Рівняння теплового балансу

$$T_j \sum_k q_{jk} - \sum_i q_{ij} T_i = 0, j \in V. \quad (8)$$

9. Рівняння стану суміші газу

$$P \sum_k V_k = \sum_i x_i (PV)_i + \sum_j \sum_k x_j x_k F_{jk}(T, \rho), PV = Rf(T, \rho). \quad (9)$$

10. Модель пласту підземного сховища із зосередженими джерелами

$$j_{11}(x, y, p, T, r, h, k, m, a, \Gamma, \{x_i, y_i, q_i\}) = 0. \quad (10)$$

11. Модель вибою свердловини

$$j_{12}(p_{пл,i}, p_{виб,i}, q_i, A_i, B_i) = 0. \quad (11)$$

12. Моделі сепараторів, пиловловлювачів та інших аналогічних технологічних об'єктів задаються емпіричними формулами вигляду

$$j_{13}(F, \Delta p, q_{ij}) = 0. \quad (12)$$

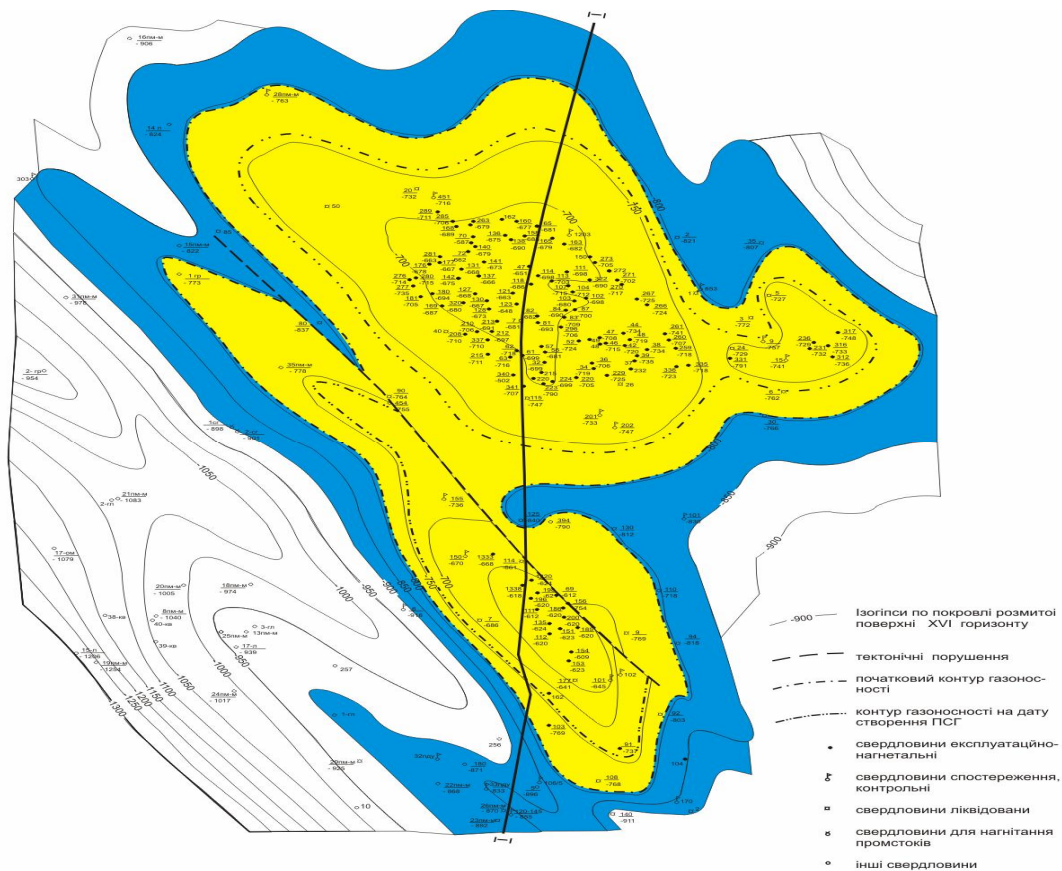


Рис. 4. Пласт-коллектор Більче -Волицького-Угерського ПСГ

В останніх співвідношеннях позначено:  $D_l (l = \overline{1, 7})$  – набори відповідних коефіцієнтів, характеристик, обмежень тощо;  $j_i (i = \overline{1, 13})$  – деякі функції, подання яких залежить від вибраної моделі газового потоку для заданого об'єкта;  $Q_i^-$  – затрати паливного газу;  $x_i$  – мольні частки компонент газу;  $F_{ik}$  – функція взаємодії компонент газу, які визначають експериментально;  $A_i, B_i$  – фільтраційні коефіцієнти вибійної зони  $i$ -ї свердловини,  $i = \overline{1, I}$ ;  $I$  – кількість робочих свердловин,  $F, \Delta p$  та  $q_{ij}$  – множина параметрів відповідних технологічних об'єктів, спаду тиску на них та об'ємна кількість газу, що проходить через них відповідно;  $M$  – множина ребер ГТС;  $L$  – множина КС;  $N$  – потужність КС;  $q_{\min}, q_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення об'ємної витрати;  $n_{\min}, n_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення обертів нагнітача;  $T_{\max}, N_{\max}$  – максимальні значення температури та потужності;  $K$  – множина місцевих опорів;  $V$  – множина вузлів графа;  $(x, y)$  – декартові координати пласту сховища;  $R_q$  – множина регуляторів витрати газу;  $R_p$  – множина незворотних кранів;  $\Delta P$  – депресія тиску на місцевих опорах та відповідних технологічних об'єктах.

### Висновки

Побудовано інтегровану математичну модель роботи системи пласт ПСГ – магістральний газопровід, яка гідравлічно пов'язала всі ті технологічні об'єкти ПСГ, що беруть участь у відборах/закачуванні газу. На основі моделі ПСГ побудовано програмний моделювальний комплекс.

1. Бузинов С.Н., Толкушин Г.Ф. Методы оптимизации технологических параметров подземных хранилищ газа // *Транспорт и хранение газа*. – 1979. – № 8. – С. 34–47. 2. Вечерік Р.Л., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Хасцький Ю.Б. Математичне моделювання процесу руху газу в системі пласт підземного сховища газу–магістральний газопровід // *Нефть і газ*. – 2004. – № 6. – С. 83–89. 3. Вечерік Р.Л., П'янило Я.Д., Притула М.Г., Хасцький Ю.Б. Математичний аналіз акумулюючої здатності газоносних пластів ПСГ // *Нафтова і газова промисловість*. – 2005. – № 6. – С. 55–59. 4. Тетерев И.Г., Шешуков Н.Л., Нанивский Е.М. *Управление процессами добычи газа*. – М.: Недра, 1981. – 248 с.